

2. cvičení z Matematiky 2

Matěj Novotný

2.3.2016

Úlohy na cvičení

G1 Nalezněte vnitřek M° , hranici ∂M a uzávěr \overline{M} množiny M , je-li dána následovně:

$$a) M = \{(x, y) : 0 < y \leq \sin x + 1, x \in [0, \pi]\}, \quad b) M = \{(x, y) : x^2 + 2x + y^2 \leq 3, x^2 - 4x + y^2 \leq 0\}, \quad c) M = \mathbb{Q},$$

$$d) M = \{(x, y, z) : x + y + z > 1\}, \quad e) M = \{(x, y) : |xy| > 1, y \geq x^2\}, \quad f) M = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2} \right) : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

G2 Sestrojte množinu $M \subseteq \mathbb{R}^2$, která

1. nemá vnitřní bod ($M^\circ = \emptyset$),
2. nemá vnitřní bod ($M^\circ = \emptyset$) ani vnější bod ($\mathbb{R}^2 \setminus \overline{M} = \emptyset$),
3. nemá hraniční bod ($\partial M = \emptyset$),
4. nemá vnější bod ($\mathbb{R}^2 \setminus \overline{M} = \emptyset$) a je uzavřená ($M = \overline{M}$),
5. nemá žádný hromadný bod, ale není konečná,
6. je uzavřená ($M = \overline{M}$) a každý její bod je izolovaný.

G3 Nalezněte a nakreslete si definiční obor funkce f , je-li definována jako

$$a) f(x, y) = \ln(xy - 1), \quad b) f(x, y) = xy\sqrt{x^2 + y^2}, \quad c) f(x, y, z) = \ln(1 - x^2 - y^2 - z^2),$$

$$d) f(x, y) = \frac{\ln(4 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}, \quad e) f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}, \quad f) f(x, y, z) = \sqrt{x + y + z - 3}.$$